

# DEMOGRAFSKI MODELI

# OSNOVNE NAPOMENE

- Poznati su primjeri utvrđivanja veza u razvoju stanovništva koje se ispoljavaju u većini ili svim populacijama, sa namjerom predviđanja budućih promjena.
- Npr. „zakon mortaliteta“ – utvrđivanje pravilnosti u kretanju smrtnosti po starosti.
- Kod izgradnje modela polazi se od stvarnosti ka apstraktnoj ideji pomoću koje se ta stvarnost opisuje.
- Demografski modeli su teorijski izrazi ili teorijske konstrukcije određenih činjenica vezanih za stanovništvo (Breznik, 1992)
- Primjena demografskih modela je višestruka:
  1. Koriste se za provjeru određenih teorijskih stavova i bazičnih hipoteza u izučavanju stanovništva;
  2. Za analizu određenih aspekata demografskog razvitka za populacije za koje se ne raspolaže neophodnim podacima;
  3. U oblasti projekcija stanovništva.
- Primjer modela je i *bazična* ili *jednačina ravnoteže* (deterministički model)



# PODJELA DEMOGRAFSKIH MODELA

- Klasifikacija demografskih modela može da se bazira na različitim kriterijumima.
- 1) Po kriterijumu određenosti varijabli u modelu, modeli mogu biti:
  - *Deterministički modeli* – neke varijable se javljaju kao nezavisne, a druge kao zavisne varijable
  - *Stohastički modeli* – gdje određene populacijske veličine mogu imati različite vrijednosti sa različitim vjerovatnoćama.
- 2) U pogledu načina izgradnje, modeli mogu biti:
  - *Analitički modeli* – izvode se iz jednačina, funkcija ili nekih distribucija frekvencija.
  - *Sintetički modeli* – koji se izgrađuju na pretpostavkama. Klasični sintetički modeli su *model stabilnog* i *model stacionarnog stanovništva*.



# PODJELA DEMOGRAFSKIH MODELA

- 3) U zavisnosti da li su bazirani na skupovima, ili pojedinim elementima skupova, modeli mogu biti:
  - *Agregatni modeli* – odnose se na skupove (stanovništvo, sva domaćinstva, sve porodice i sl.)
  - *Individualni modeli* – modeli izgrađeni imajući u vidu pojedince (lica), porodice ili domaćinstva, kao jedinice.
- 4) U zavisnosti od načina izgradnje (iz izvora podataka):
  - *Čisti modeli* – na bazi homogenih izvora podataka (npr. model stacionarnog stanovništva)
  - *Mješoviti modeli* – nehomogeni izvori (npr. analitička projekcija po starosti i polu)
- 5) Demografski modeli mogu biti:
  - *Potpuni modeli* – na bazi svih demografskih činjenica o nekoj populaciji
  - *Nepotpuni modeli* – na bazi samo nekih činjenica

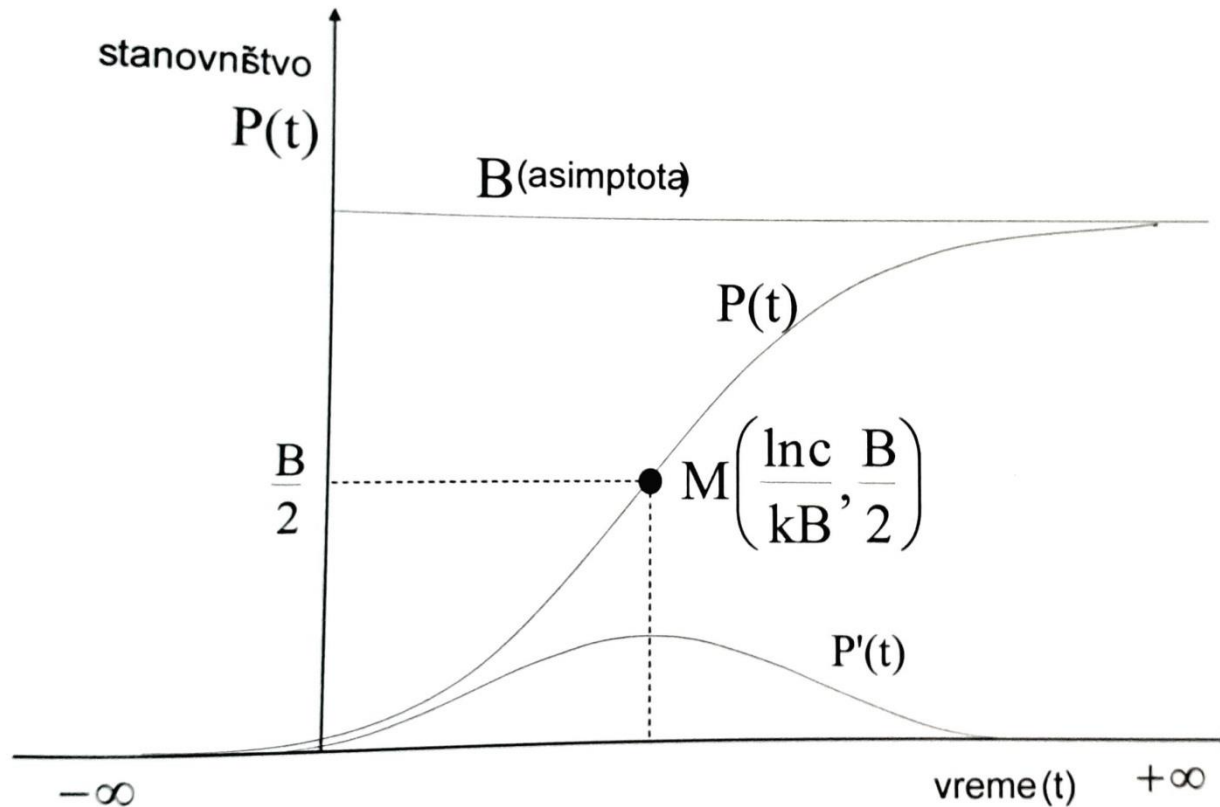


# MODELI OGRANIČENOG RASTA STANOVNIŠTVA

- Prema ovim modelima, stanovništvo ne može beskonačno da raste, već postoje određene granice.
- Model predstavljen preko *logističke funkcije* (Verhulst, 1844.)
- Osnovna pretpostavka je da se porast stanovništva kod prirodnih procesa mora sukobiti sa granicama, koje su određene mogućnošću rasta egzistencijalnih sredstava za život.
- Logistička funkcija ima široku primjenu.
- $P(t) = \frac{B}{1+c \cdot e^{-k \cdot B \cdot t}}$  gdje  $k$  pozitivna konstanta, a  $B$  je asimptota.
- Prevojna tačka  $M$ .



# MODELI OGRANIČENOG RASTA STANOVNIŠTVA



# FUNKCIONALNO-SINTETIČKI MODELI

- Funkcionalno-sintetički modeli su modeli zatvorenog stanovništva što znači da na njihovu veličinu djeluju samo rađanje i umiranje.
- Smrtnost se najčešće izražava preko vjerovatnoće doživljenja.
- Pretpostavka o natalitetu se uvodi u model ili preko stope fertiliteta ili pomoću broja živorođenih.
- Ukupno stanovništvo je jednako zbiru stanovnika u svim starostima, tj. u čitavom intervalu od početne do gornje granice života –  $(0, \omega)$ :
- $$P = \int_0^{\omega} N(t - x) \cdot p(x) dx$$
- gdje je  $N(t - x)$  broj živorođenih iz koga potiču lica koja imaju  $x$  godina u momentu  $t$ .



# FUNKCIONALNO-SINTETIČKI MODELI

- U zavisnosti od toga koje su pretpostavke o rađanju i umiranju definisane dobijamo i različite modele:
  - a) Ako su brojevi *živorođenih* i *smrtnost* po starosti *konstantni* tokom vremena, u pitanju su pretpostavke za model *stacionarnog* stanovništva;
  - b) Brojevi živorođenih se mijenjaju, a *smrtnost ostaje konstantna*. U tom slučaju, ako se brojevi živorođenih mijenjaju po geometrijskoj progresiji, u pitanju su pretpostavke za model *stabilnog* stanovništva;
  - c) Brojevi živorođenih su nepromijenjeni (konstantni), a smrtnost po starosti se mijenja;
  - d) I brojevi živorođenih i smrtnost po starosti su promjenljivi tokom vremena.





# MALTUZIJANSKE POPULACIJE

- Grupa modela kod kojih stanovništvo raste po eksponencijalnoj stopi – *maltuzijanski modeli* ili *maltuzijanske populacije*
- Pripadaju grupi funkcionalno-sintetičkih modela i bazirani su na dvije početne pretpostavke:
  1. Starosna struktura stanovništva se ne mijenja tokom vremena
  2. Smrtnost po starosti i polu je nepromijenjena tokom vremena
- Ovi modeli imaju sledeće zajedničke osobine:
- Struktura umrlih po starosti je takođe nepromijenjena
- Ako je  $C(x)$  starosna struktura stanovništva (za oba pola), a  $n$  je stopa nataliteta, tada je  $C(0)=n$ , pa je i stopa nataliteta takođe konstantna (nepromijenjena) tokom vremena.
- Opšta stopa mortaliteta  $m$  je nepromijenjena
- Stopa prirodnog priraštaja ( $r$  ili  $j$ ) je konstantna



# MALTUZIJANSKE POPULACIJE

- $P(t)$  – broj stanovnika u momentu  $t$
- $N(t)$  – broj živorođenih u momentu  $t$
- $M(t)$  – broj umrlih u momentu  $t$
- $I(t)$  – broj useljenih u momentu  $t$
- $E(t)$  – broj iseljenih u momentu  $t$
- Zatvoreno stanovništvo:  $\frac{\Delta P}{\Delta t} = N - M$
- Ukupno stanovništvo je tada  $P(t) = P(0) \cdot e^{r \cdot t}$
- Broj živorođenih i umrlih je:
- $N(t) = n \cdot P(0) \cdot e^{r \cdot t}$  i  $M(t) = m \cdot P(0) \cdot e^{r \cdot t}$
- Starosna struktura je  $C(x) = n \cdot e^{-r \cdot x} \cdot p(x)$



# MODEL STACIONARNOG STANOVNIŠTVA

- Model stacionarnog stanovništva je tip (podtip) maltuzijanskih populacija, kod kojeg osim osnovnih preduslova (da je smrtnost po starosti i polu tokom vremena konstantna, kao i starosno-polna struktura), važi još i dodatna pretpostavka da je stopa prirodnog priraštaja jednaka nuli ( $r=0$ ).
- Pošto je u pitanju zatvorena populacija (bez uticaja migracija), stopa prirodnog priraštaja je ujedno i stopa rasta stanovništva.



# MODEL STACIONARNOG STANOVNIŠTVA

- Za stacionarno stanovništvo važe sledeće osobine:
  1. Stopa nataliteta jednaka je stopi mortaliteta, jer je  $r=0$ , iz čega direktno sledi da je  $n=m$ ;
  2. Ukupan broj stanovnika u godini  $t$ ,  $P(t)$ , je tokom vremena konstantan, što proizilazi direktno iz  $r=0$ , tj.
    - $P(t) = P(0) \cdot e^{0 \cdot t}$  sledi  $P(t) = P(0) = P$ , jer je  $e^0 = 1$
    - Slično se može dokazati i za brojeve živorođenih i umrlih.
  3. Broj stanovnika starih  $x$  godina,  $V_x$ , može da se izračuna preko formule  $V_x = N \cdot p(x)$ 
    - gdje je  $p(x)$  vjerovatnoća da će živorođeno dijete doživjeti starost od tačno  $x$  godina.
    - Ukupno stanovništvo je, tada, zbir lica svih starosti od 0 godina do  $\omega$  kao gornje granice života, tj.
      - $P = \int_0^{\omega} N \cdot p(x) dx = N \cdot \int_0^{\omega} p(x) dx$



# MODEL STACIONARNOG STANOVNIŠTVA

4. Opšta stopa mortaliteta kod stacionarnog stanovništva može da se izrazi preko očekivanog trajanja života za novorođene.
  - Opšta stopa smrtnosti kod modela stacionarnog stanovništva jednaka je recipročnoj vrijednosti očekivanog trajanja života za nultu godinu (na rođenju).
  - S obzirom da je očekivano trajanje života sintetički pokazatelj smrtnosti i odražava smrtnost u svim starostima života, koristi se u komparativnim analizama smrtnosti.
  - Pošto je opšta stopa smrtnosti stacionarnog stanovništva upravo izražena preko očekivanog trajanja života, to ona ima iste te osobine, što je razlikuje od stvarne opšte stope smrtnosti.



# MODEL STACIONARNOG STANOVNIŠTVA U PREKIDNOM SLUČAJU

- Stacionarno stanovništvo možemo posmatrati i u prekidnom slučaju, tj. kada je starost prekidna veličina.
- Tada govorimo, zapravo, o tablicama mortaliteta jer one imaju karakteristike stacionarnog stanovništva.
- Za potrebe modelskog pristupa tablicama mortaliteta koriste se funkcije koje se nalaze u tablicama mortaliteta.
- Ukupno stacionarno stanovništvo za realnu populaciju dobija se kao proizvod realnog broja živorođenih (npr. konstanta  $N$ ) i očekivane dužine života za nultu godinu.
- Ova izračunavanja omogućavaju poređenje konkretnog (realnog) ukupnog stanovništva i njegove strukture sa odgovarajućim stacionarnim stanovništvom izračunatim na bazi broja živorođenih i prema zakonu smrtnosti iz godine posmatranja.
- Dakle, omogućavaju da se vidi koliko se konkretna populacija razlikuje od odgovarajućeg modela stacionarnog stanovništva.



# MODEL STABILNOG STANOVNIŠTVA

- Stabilno stanovništvo takođe spada u maltuzijanske populacije, pa i kod ovog modela važe osnovni uslovi maltuzijanskih populacija.
- Dodatni uslov je da je poznat i konstantan zakon fertiliteta po starosti.
- U tom slučaju dovoljno je da poznajemo odlike smrtnosti (zakon mortaliteta), kao i stopu prirodnog priraštaja („stvarna“ ili „čista“ stopa prirodnog priraštaja).
- Odnos između fertiliteta, mortaliteta i prirodnog priraštaja može se predstaviti sledećom jednačinom:
- $$\int_u^v e^{-r \cdot x} p(x) \cdot \varphi(x) dx = 1$$
- gdje je  $r$  stopa prirodnog priraštaja,  $x$  je starost,  $p(x)$  je funkcija doživljenja,  $\varphi(x)$  je funkcija fertiliteta po starosti,  $u$  i  $v$  su donja i gornja granica fertilnog perioda.



# MODEL STABILNOG STANOVNIŠTVA

- U predstavljanju modela stabilnog stanovništva, po pravilu se starost, kao nezavisna varijabla, prikazuje kao kontinuirana veličina.
- Koncept stabilnog stanovništva je veoma značajan za demografsku analizu.
- Rad na demografskim modelima podrazumijeva često rigoroznu primjenu matematike, teorije vjerovatnoće i statistike.

